Jednoduchý fuzzy regresní model

A simplefuzzyregressionmodel

Zdeněk Půlpán

Jiří Kulička

Adresa: Prof.RNDr.PhDr. Zdeněk Půlpán,CSc.

Na Brně 1952/39, 500 09 Hradec Králové 9

Mgr. Jiří Kulička, PhD

Univerzita Pardubice,DFJP, Studentská 95, 532 10Pardubice

E-mail: zdenek.pulpan@uhk.cz,

Zdenek.Pulpan@klikni.cz

Abstrakt: Ukážemeřešeníproblémulineární fuzzy regrese.Využijemeprincipůteorie fuzzy množinnaproblematikuodhadulineárnízávislostivýstupníproměnnéY navstupníproměnnéX. Předpokládámepři tom, ževstupníproměnnáXnení fuzzy, ale "ostrá" hodnota, měřená s vyššípřesnostínežvýstupníproměnnáY, kterábudefuzzyfikována. V úvaze o řešeníbude problem postupněformálněrozšiřovánaž k situaci, kdy v modelulineárnízávislosti$Y = A + BX$ jsou proměnné A, B, Y považovány za trojúhelníková fuzzy čísla.

Klíčováslova: Lineární fuzzy regrese, použitítrojúhelníkových fuzzy čísel.

Abstract: Wewill showsolutionstheproblemof fuzzylinearregression.Wewill use theprinciplesof fuzzy set theorytoproblemsofestimatingthelineardependence ofthe outputvariable$Y$on the inputvariables$X$.Weassumethe inputvariable$X$ asthefuzzyvariable, butwiththe"real"value, measuredwithgreateraccuracythanthe outputvariable$Y$, whichwasfuzzyficating. Intheproblemsolvingweconsiderthepossibilitiesin whichwewillthesituationgraduallyformallyextendto thesituationwhere inthe modeloflinearrelationship$Y= A+BX$are thevariables$A$,B, Yastriangularfuzzynumbersrepresented.

Keywords: Linearfuzzyregression,usingtriangularfuzzy numbers.

1. Úvod

V práci [6] jsme uvedli použití lineární regrese a logistické regrese k odhadu závislostí dvou proměnných z empirických zjištění.Zde ukážeme použití teorie fuzzy množin k odhadu lineární závislosti za podmínky, že o charakteru vztahu dvou veličin máme jen málo informací. Jak bude dále vidět, je několik možných přístupů k řešení problému odhadu závislosti jedné proměnné na lineární kombinaci zbývajících proměnných, které využívají teorie fuzzy množin.

Předpokládejme, že vztah spojitých náhodných veličin *X* a *Y* máme dokumentován měřením tak, že získané dvojice (x_i, y_i), *i* = 1,2, …, *N*, jsou odpovídajícími hodnotami uvedených veličin měřených současně na *N* statistických jednotkách. Uvažujme situaci, kdy není zaručeno splnění Gauss –Markovových podmínek pro odvození statistických vlastností odhadu předpokládaného vztahu mezi veličinami *X* a *Y*, např. ve tvaru lineární závislosti $Y = \propto + \beta x + \varepsilon$, kde ε je chyba odhadu.[i]V odůvodněných a dostatečně obecných případech je možné se opřít jen o představu, že veličina *X* není náhodná (s hlediska teorie fuzzy množin uvažujeme, že je veličinou ostrou – anglicky crisp), ale veličina *Y* je neostrá, tedy fuzzy; označme proto veličinu *Y* obvyklým způsobem jako fuzzy náhodnou veličinu ([3], [4], [5]) znakem$\underline{Y}$ a konstruujme pro nivhodnouvěrohodnostnífunkciμ_Y. “Odůvodněnýmpřípadem” rozumímenapříkladsituaci, kdyhodnotyveličiny*X*jsouodhadnutelné s většípřesnostínežhodnotyveličiny*Y* a takkekaždénaměřenéhodnotěx_imůžemezměřitvícehodnotveličiny*Y*:

$$x_i \quad \to \quad y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in_i}, \; i = 1,2, \dots, N; \qquad (1)$$

při tomnejsmeschopnipředpovědĕttyprozdělenínáhodnéveličiny$Y = Y(x)$. Víra v možnostaspoňpřibližnéhoodhaduhodnotveličiny*Y* z hodnotveličiny*X*(tedyvíra v odhadhodnotydruhéproměnné$Y(x)$jako fuzzy množiny$\underline{Y}(x)$, která by mělabýt fuzzy číslem) musívyplývat z našízkušenosti. Situaciinterpretujemeitak, žehodnotyveličiny*X*chápemejakoostrévstupní, hodnotyveličiny$Y(x)$jakoneostré, fuzzy výstupní.Jen výstupníhodnotybudou v našemmodelucharakterizovanéneurčitostípopsatelnou fuzzy množinami.Nejjednoduššízpůsob je ten, žeodhadparametrůα, βpředpokládanézávislostibudemenejprverealizovatostrými (ne-fuzzy) hodnotami$a$, b z dvojic(x_i, y_i), *i* = 1,2, …, *N*, metodou nejmenších čtverců tak, aby aproximující funkce $\hat{y}(x) = a + bx$splňovala podmínku minimalizace výrazu

$$Q(a,b) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}(x_i))^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - a - bx)^2 \qquad (2)$$

v intervalu proměnnosti veličiny *X*. Dostaneme tak pro $\hat{y}(x)$ vztah

$$\hat{y}(x) = \bar{y} + b\,(x - \bar{x}); \text{ kde } \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} x_i n_i\,; \; \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i,j} y_{ij}\,; \; n = \sum_{i=1}^{N} n_i\,; \qquad (3)$$

$$b = \frac{n\sum_{i,j} x_i y_{ij} - \sum_i n_i x_i \sum_{i,j} y_{ij}}{n\sum_i {x_i}^2 n_i - (\sum_i x_i n_i)^2}.$$

K popisuzávisléveličiny*Y*můžemepoužítsymetrickétrojúhelníkové fuzzy číslo$\underline{Y}(x)$ s věrohodnostnífunkcí$\mu_Y(x, y)$:

$\mu_Y(x,y) = 1 - \frac{1}{c}|y - \hat{y}(x)|$, když$|y - \hat{y}(x)| \leq c$ (4)

= 0, jinak.

Kladnákonstanta*c* je mírourozptýlenostihodnotnáhodnéveličiny*Y*(*x*) pro pevná*x* z intervaluproměnnostiveličiny*X*. Hodnotukonstanty*c*můžemeurčitbuďexpertněnebovýpočtem z dvojicnaměřenýchhodnot(x_i, y_i) například takto:

$$c_i = \max_j \left| y_{ij} - \hat{y}(x_i) \right| \quad (5)$$

$$c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} c_i$$

Je-li *c* = 0 (nebo “blízké” 0), paknaměřenéhodnotyveličiny*Y*(*x*) jsoubezregistrovanéhorozptýleníokolohodnot$\hat{y}$ (x_i); je pak otázkou, zda představa veličiny *Y*(*x*) jako fuzzy náhodné$\underline{Y}(x)$ je oprávněná. Předchozívýpočet je podmíněntím,ževariabilitahodnoty_{ij} okolo hodnot $\hat{y}(x_i)$ je v celém rozsahu proměnnostiveličiny*X*stejná(kladnéodchylky od $\hat{y}(x_i)$ jsou stejně možné jako záporné v přibližně stejných hodnotách); taktouvažujemetakékdyž o možnýchodchylkáchnemámedostatekkonkrétnějšíchinformací. Výsledkemúvahy je pak “rozmazaný” (fuzzy-) odhadlineárníregresnífunkce. Je zřejmé, želuvedenýpostuplzezobecnitinaobdobnýpřípadvztahu vice proměnných.

Poznámka 1: Není –li možnépředpokládatrozptýlenosthodnoty_{ij}okolo $\hat{y}(x_i)$, nezávislou na *i* , pak pro každé*i*konstruujemepředpověď$\underline{Y}(x_i)$, kde ve vztahu pro $\mu_Y$nahrazujeme univerzální konstantu *c* hodnotouc_i , například podle (5).

*Poznámka*2: Je-li veličina*X*diskrétní, pakurčitoupředpověďhodnoty*Y*(*x*) můžemechápattakéjako fuzzy množinu$\underline{\tilde{Y}}(x)$ (která by mělabýtovšem fuzzy číslem).

Příklad 1.Máme k dispoziciměření, zaznamenané v Tab.1.Úkolem je stanovitpředpověďhodnoty*Y*(5) (která v tabulceměřeníuvedenanení).

Tab. 1.*HodnotyměřenýchveličinX, Y k Příkladu* 1.

i	x_i	y_{ij}	$\hat{y}(x_i)$	$\left\|y_{ij} - \hat{y}(x_i)\right\|$	$\max_j \left\|y_{ij} - \hat{y}(x_i)\right\|$
1	1	1; 2; 4	2,51	1,51; 0,51; 1,49	1,51
2	3	3; 5	4,01	1,01; 0,99	1,01
3	4	4; 7	4,76	0,76; 2,24	2,24
4	6	4; 5; 9	6,26	4,26; 1,26; 2,74	4,26

Dosazenímhodnot z Tab. 1 do vztahů (3) dostanemepostupně:

n = 10; N = 4;

$\bar{x}$ = 0,1.(3 . 1 + 2 . 3 + 2 . 4 + 3 . 6) = 3,5; $\bar{y}$ = 0,1.(1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 4 +7 + 4 + 5 + 9) = 4,4

$b = \frac{10\ .\ 183\ -35\ .\ 44}{10\ .161\ -\ 35^2} = \frac{290}{385}$ = 0,753;

$\hat{y}(x)$ = 4,4 + 0,75 (x– 3,5) = 1,76 + 0,75 x (6)

Předpověďostréhodnotyv boděx = 5 je $\hat{y}(5)$, povyčíslení je $\hat{y}(5)$ = 5,51; pro nášpřípadsi ale určemec = $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} c_i$ = 2,25.HodnotyveličinyY(x) budoureprezentoványtotižtrojúhelníkovým fuzzy číslem$\underline{\tilde{Y}}$ (x); zachycujíneurčitostpředpovědiprostřednictvímvěrohodnostnífunkce$\mu_Y(x, y)$:

$\mu_Y(x, y) = 1 - \frac{1}{2{,}25}|y\ - 1{,}76\ - 0{,}75x\ |$, když$|y\ - 1{,}76\ - 0{,}75x\ |\ \leq 2{,}25$; (7)

= 0, jinak.

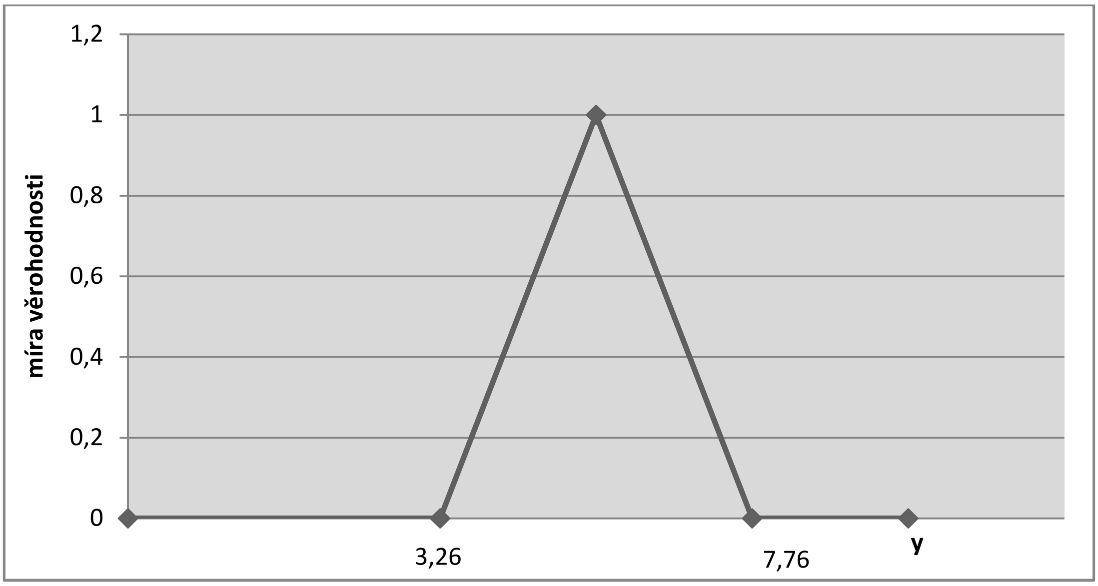
Pro X = 5 je podlepředchozíhovztahu$\underline{\tilde{Y}}(5)$ dáno věrohodnostní funkcí

$\mu_Y(x,5) = 1 - 0{,}44\ .\ |y\ - 5{,}51|$ když $3{,}26 \leq y \leq 7{,}76$ (8)

= 0jinak.

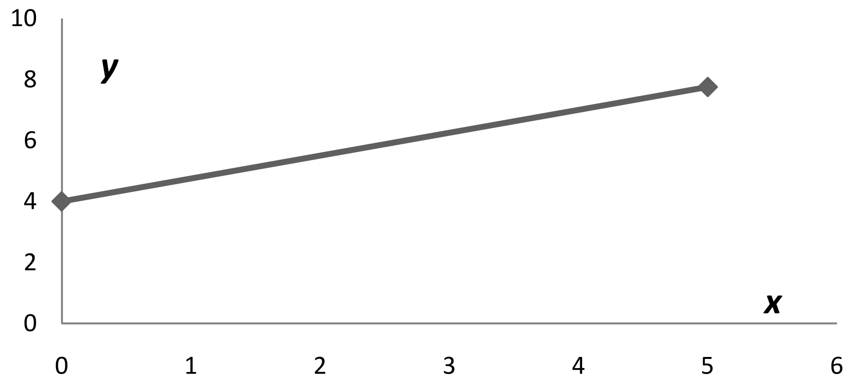
Fuzzy množina$\underline{\tilde{Y}}(5)$ je zobrazenanaObr.1. Podlevztahu (8) je věrohodnostvýroku“$Y(5) = 3$” rovnanule, věrohodnostvýroku “$Y(5) = 5$” je rovna 0,78. (ViztakéObr. 1.) Podobněurčímeivěrohodnostvýroku “$Y(2) = 4$” zevztahu (7) dosazenímx = 2, y = 4;dostanemepřibližněhodnotu$\mu_Y(2,4)$ = 0,67. Graf jednoduché fuzzy regresezávislosti$Y$ na$X$ je naObr.2.

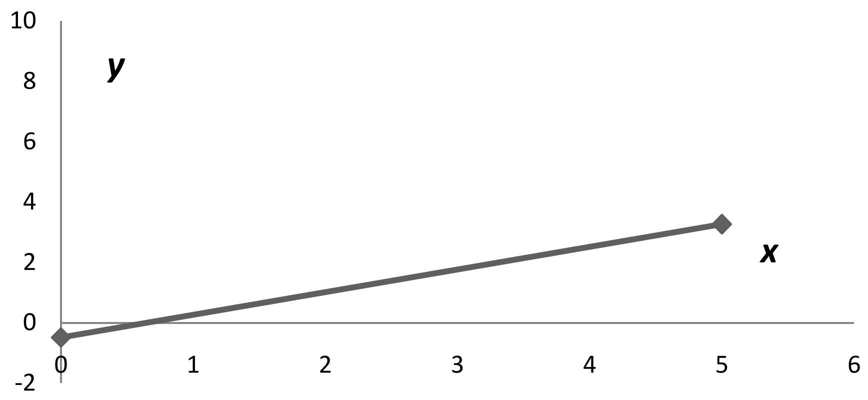
Obr. 1. *Obrazvěrohodnostnífunkce fuzzy čísla*$\underline{\tilde{Y}}(5)$*kPříkladu* 1.

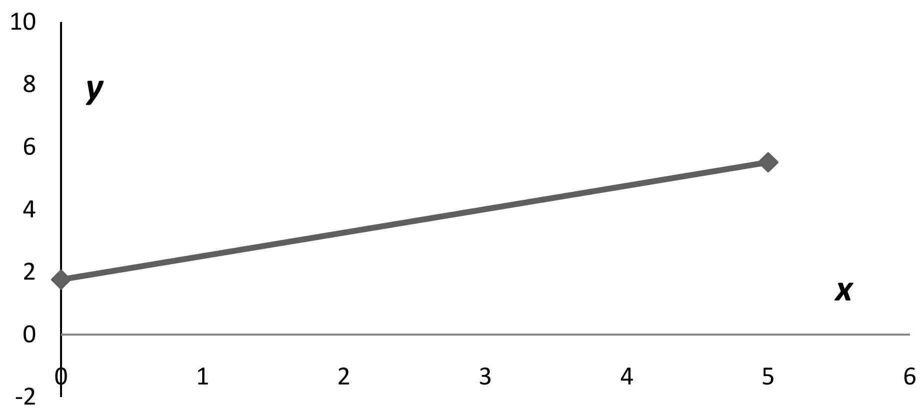


Obr. 2. *Jednoduchá fuzzy regresekPříkladu* 1.*Prvníobrázekpředstavujehorníodhad fuzzy regresnífunkce, druhýobrázek je grafemdolníhoodhadu fuzzy regresnífunkce (v bodech(x,y)tohotografuje věrohodnostnífunkce*$\mu_Y(y)$*rovna nule, pro body s vyšším y*

jsouvšakjejíhodnotynenulovéaž do boduhorníhoodhadu – ovšempřistejném x), třetígraf je grafem fuzzy regresnífunkce, je to vlastněgrafsouřadnic (x,y) bodů pro něž je věrohodnostnífunkce$\mu_Y(y) = 1$*(ViztakéObr.1.)*







2. Prvnífuzzy model

Upravmenyníuvedenoumetodutak, ževevyjádřenípříslušnéhoregresníhoodhadubudouparametry*a*, *b*trojúhelníkovými fuzzy čísly a veličina*X*bude “ostrá”. Pak výslednýodhadproměnné*Y*musíbýttakétrojúhelníkovým fuzzy číslem (lineárníkombinacetrojúhelníkových fuzzy čísel je opěttrojúhelníkové fuzzy číslo).

Předpokládejmetedy, žehledámetakovýregresnívztahtvaru$\underline{Y}$ = $\underline{A}$+ $\underline{B}X$, kde$\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{Y}$ jsoutrojúhelníková fuzzy čísla a veličina$X$ jeostrá:

$\mu_A(y) = 1 - \frac{|p_o - y|}{c_o}$, když $p_o - c_o \leq y \leq p_o + c_o;\ c_o > 0$; (10)

= 0 ; jinak,

$\mu_B(y) = 1 - \frac{|p_1 - y|}{c_1}$, když $p_1 - c_1 \leq y \leq p_1 + c_1;\ c_1 > 0$; (11)

= 0 ; jinak,

$\mu_Y(y) = 1 - \frac{|p_o + p_1 x - y|}{c_o + c_1|x|}$, když $p_o + p_1 x - c_o - c_1|x| \leq y \leq p_o + p_1 x + c_o + c_1|x|$

= 0 ; jinak, (12)

Volme$\alpha \in < 0; 1 >$a stanovme podmínky pro to, aby $\mu_Y(y) \geq \alpha$.(Pro fuzzy číslo $\underline{Y}$volímetakjeho$\alpha -$řez jako ostrou množinu $\alpha -$ přípustných hodnot y.) Vyjdeme-li zevztahu (12) pro $\mu_Y(y)$, dostanemepodmínku pro $y$vetvaru:

$$1 - \frac{|p_o + p_1 x - y|}{c_o + c_1|x|} \geq \alpha \qquad (13)$$

Jednoduchouúpravouaodstraněnímabsolutníhodnotyzískámedvězákladnínerovnosti:

$$y \geq p_o + p_1 x - (1 - \alpha)(c_o + c_1|x|) \qquad (14a)$$

$y \leq p_o + p_1 x + (1 - \alpha)(c_o + c_1|x|)$ (14b)

Zevšechmožnýchregresníchvztahůvybíráme ten, kterýminimalizuje “rozmazanost” výstupní fuzzy množiny$\underline{Y}$. “Rozmazanost” fuzzy množiny$\underline{Y}$ je$c_o + c_1|x|$ pro každou dvojici měření (x,y). Požadavekminimalizace “rozmazanosti” vztahujeme pro všechnaměření k výrazu Q tvaru (15).Výraz (15) představujesoučet “rozmazaností” všech$\underline{Y}$(x):

$$Q = N.c_o + c_1 \sum_{i=1}^{N} |x_i| \qquad (15)$$

Nalezenívhodnýchparametrů$c_o > 0$, $c_1 > 0$ a p_o, p_1, které splňují (14a) a (14b) zapodmínkyminimalizacefunkce Q = Q(c_o, c_1) z (15) tak představuje řešení úlohy lineárního programování. Úloha se tak může řešit standardními metodamiúlohlineárníhoprogramování.

Příklad 2.Použijmedat z *Příkladu* 1 a sestavmepodmínkyúlohylineárníhoprogramování pro určeníhodnotparametrůc_o, c_1 a p_o, p_1 z minimalizace funkce Q = Q(c_o, c_1). Volme při tom α = 0,75. Postupně dostaneme soustavunerovnostínejprvedosazením do (14a) a paktaké do (14b), nerovnostitvořípodmínku pro přípustnářešení:

a) prvníčástnerovnic:

x= 1: $p_o + p_1 - 0{,}25c_1 \leq 1$

$$p_o + p_1 - 0{,}25c_1 \leq 2$$

$$p_o + p_1 - 0{,}25c_1 \le 4$$

x = 3: $p_o + 3p_1 - 0{,}25c_o - 0{,}75\,c_1 \le 3$

$$p_o + 3p_1 - 0{,}25c_o - 0{,}75\,c_1 \le 5$$

x = 4: $p_o + 4p_1 - 0{,}25c_o - c_1 \le 4$

$$p_o + 4p_1 - 0{,}25c_o - c_1 \le 7$$

x = 6: $p_o + 6p_1 - 0{,}25c_o - 1{,}5c_1 \le 4$

$$p_o + 6p_1 - 0{,}25c_o - 1{,}5c_1 \le 5$$

$$p_o + 6p_1 - 0{,}25c_o - 1{,}5c_1 \le 9$$

b) druháčástnerovnic:

x= 1: $p_o + p_1 + 0{,}25c_o + 0{,}25c_1 \ge 1$

$$p_o + p_1 + 0{,}25c_o + 0{,}25c_1 \ge 2$$

$$p_o + p_1 + 0{,}25c_o + 0{,}25c_1 \ge 4$$

x = 3: $p_o + 3p_1 + 0{,}25c_o + 0{,}75\,c_1 \ge 3$

$$p_o + 3p_1 + 0{,}25c_o + 0{,}75\,c_1 \ge 5$$

x = 4: $p_o + 4p_1 + 0{,}25c_o + c_1 \ge 4$

$$p_o + 4p_1 + 0{,}25c_o + c_1 \ge 7$$

x = 6: $p_o + 6p_1 + 0{,}25c_o + 1{,}5c_1 \ge 4$

$$p_o + 6p_1 + 0{,}25c_o + 1{,}5c_1 \ge 5$$

$$p_o + 6p_1 + 0{,}25c_o + 1{,}5c_1 \ge 9$$

přisoučasnéminimalizacifunkce $\mathrm{Q}(c_o, c_1) = 4c_o + 14c_1$ .Zjednodušenímtétosoustavyzískáme Tab. 2, použitelnoujiž pro řešníněkterou z metodlineárníhoprogramování.

Výsledkemřešeníuvedenéúlohyminimalizacefunkce Q namnožiněpřípustnýchhodnotpro p_o, p_1 a nezápornác$_o$, c_1 jsou postupně Q_{min} = 58, $p_o = p_1$= 1, c_o = 11, c_1 = 1.

Tento model předpovídáhodnotuproměnnéY v boděx = 5 jakotrojúhelníkové fuzzy číslo$\widetilde{Y(5)}$ (vizObr. 3) s věrohodnostnífunkcídanoučíslyp_o, p_1, c_o, c_1 vobecnémtvaru

$\mu_Y(y) = 1 - \frac{|p_o + 5p_1 - y|}{c_o + 5c_1}$, když$p_o + 5p_1 - c_o - 5c_1 \le y \le p_o + 5p_1 + c_o + 5c_1$,

= 0; jinak;

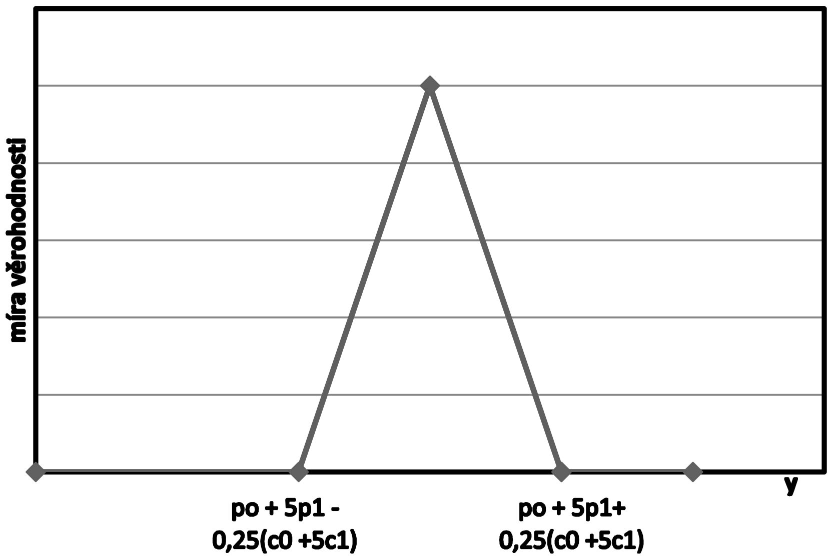
tedyv našempřípadě to je

$$\mu_Y(y) = 1 - \frac{|6-y|}{16}\ ;\ -10 \leq y \leq\ 22,$$

$= \ 0$; jinak.

“Rozmazanost” výsledného fuzzy čísla je velká.

Obr. 3. *Obraz fuzzy čísla*$\underline{Y}$(5) *kPříkladu* 2.



Tab.2*Tabulkapro numerickéřešeníúlohylineárníhoprogramování z Příkladu* 2.

X=	p_o	p_1	c_o	c_1	**znaménko**	**absolutníčlen**
1	1	1	--0,25	--0,25	≤	1
3	1	3	--0,25	--0,25	≤	3
4	1	4	--0,25	--0,25	≤	4
6	1	6	--0,25	--0,25	≤	4
1	1	1	0,25	0,25	≥	4
3	1	3	0,25	0,75	≥	5
4	1	4	0,25	1,00	≥	7
6	1	6	0,25	1,50	≥	9
Q =	**0**	**0**	**4**	**14**	**minimalizace**	

2. Druhýfuzzy model

Ještědálezobecnímenašepředpoklady.Dosudjsmeuvažovali, žeměřenáveličina*Y* je ostrá a jejíodhad je fuzzy číslo$\underline{\widetilde{Y}}$. Nyní budemepředpokládat, žeinaměřenéhodnotyy_{ij}jsourealizacemijistého fuzzy čísla$\underline{Y}_i$ s věrohodnostnífunkcí (16):

$\mu_{Y_i}(y) = 1 - \frac{|\bar{y}_i - y|}{e_i}$; $e_i > 0$; když $\bar{y}_i - e_i \leq y \leq \bar{y}_i + e_i$

= 0 ;jinak. (16)

(Ve (16) je $\bar{y}_i$aritmetický průměr z hodnot y_{ij}, j= 1, 2, … , n_i.)

Kladnáhodnotae_i definuje “přesnost” měření veličiny Y. V případě, žemáme k určitéhodnotě$x_i$naměřeno vice hodnotyy_{ij}druhé (výstupní) proměnnéY, můžemekonstantue_i určit například podle

$e_i = max_j |y_{ij} - \bar{y}_i|$, $i = 1,2, \dots, N$. (17)

Pro fuzzy výstup$\underline{Y}$ zregresnírovnice$\underline{Y} = \underline{A} + \underline{B}\,X$ pak máme věrohodnostní funkci (12). Fuzzy regresníodhad$\underline{\tilde{Y}}$ musí splňovat podmínku pro inkluzi α – řezů fuzzyfikovaných výstupních hodnot $\underline{Y}_i$a regresníhoodhadu$\underline{\tilde{Y}}_i = \underline{A} + \underline{B}x_i$ ve tvaru

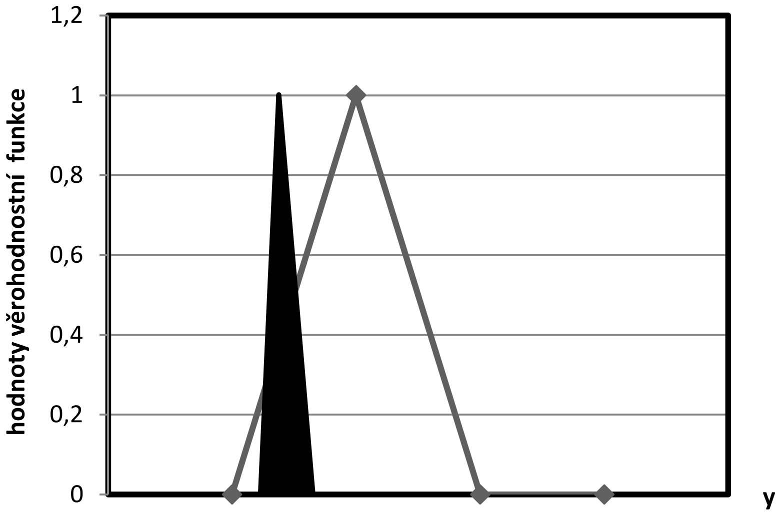
$\underline{Y}_i^{\alpha_i} \subseteq \underline{\tilde{Y}}_i^{\alpha}$, tj. $\alpha_i \geq \alpha$ pro všechna i. (18)

Nejlepšíhodnotouα(snažíme se, abyαbylo co největší) pak je

$\alpha = min_i\{\alpha_i\}$. (19)

Při tom ale take požadujeme, aby “rozmazanost” regresníhoodhadubyla co nejmenší, tedyopětjde o minimalizacifunkce (15). (VizObr. 4.)

Obr. 4. *Komentářkevztahu*(18).*Vyplněnáčástzobrazujevěrohodnostnífunkci fuzzy množiny*$\underline{Y}_i$ *a nevyplněná fuzzy množinu, kteráreprezentujehodnoty fuzzyregresnífunkce*$\underline{\tilde{Y}}(x_i)$.



Rozepíšeme-li podmínku (18) pro uvedenéα- řezy, máme pro všechny dvojice naměřených hodnot (x_i, y_{ij}) dva druhy nerovnic:

$y_{ij} \geq p_o + p_1 x_i - (1-\alpha)(c_o + c_1 x_i) + (1- \alpha)e_i$

$y_{ij} \leq p_o + p_1 x_i + (1-\alpha)(c_o + c_1 x_i) - (1- \alpha)e_i$;pro všechna*i* , *j*. (20)

Soustavunerovnic (20) lzezjednodušitnatvar (21):

$min_j \{ \quad y_{ij}\} \geq p_o + p_1 x_i - (1-\alpha)(c_o + c_1 x_i) + (1- \alpha)e_i$

$max_j \{ \quad y_{ij}\} \leq p_o + p_1 x_i + (1-\alpha)(c_o + c_1 x_i) - (1- \alpha)e_i$;pro všechna*i* . (21)

Opět se jedná o úlohulineárníhoprogramování; zapodmínek (12.21) hledáme minimum funkce Q = Q(c_o, c_1). Ukážeme si to nakonkrétnímpříkladě.

Příklad 3.Pokusme se aplikovatpředchozíteoriina data z *Příkladu* 1. (Viz Tab. 1.)

Protožepředpokládáme, ženaměřenévýstupníhodnotyjsourealizacemitrojúhelníkových fuzzy čísel (16), určímenejprvehodnotyjejichparametrůe_i podle (17):

i= 1: $\overline{y}_1$ = 2,33; $e_1 = 1{,}67$

i = 2:$\overline{y}_2$ = 4,00; $e_2 = 1{,}00$

i = 3: $\overline{y}_3$ = 5,50; $e_3 = 1{,}50$

i = 4: $\overline{y}_4$ = 6,00; $e_4 =$ 3,00.

Volímestejnějako v předcházejícíchpřípadechα = 0,75. Dosazením dat z Tab. 1 dostáváme soustavu nerovnic ve tvaru:

$1 \geq p_o + p_1 - 0{,}25.\ (c_o + c_1) + 0{,}25\ .\ 1{,}67$

$3 \geq p_o + 3p_1 - 0{,}25.\ (c_o + 3c_1) + 0{,}25\ .\ 1{,}00$

$4 \geq p_o + 4p_1 - 0{,}25.\ (c_o + 4c_1) + 0{,}25\ .\ 1{,}50$

$4 \geq p_o + 6p_1 - 0{,}25.\ (c_o + 6c_1) + 0{,}25\ .\ 3{,}00$

$4 \leq p_o + p_1 + 0{,}25.\ (c_o + c_1) - 0{,}25\ .\ 1{,}67$

$5 \leq p_o + 3p_1 + 0{,}25.\ (c_o + 3c_1) - 0{,}25\ .\ 1{,}00$

$7 \leq p_o + 4p_1 + 0{,}25.\ (c_o + 4c_1) - 0{,}25\ .\ 1{,}50$

$9 \leq p_o + 6p_1 + 0{,}25.\ (c_o + 6c_1) - 0{,}25\ .\ 3{,}00$

Řešenímtétosoustavynerovnic (viztaké Tab.3) získámepřípustnéhodnoty pro p_o, p_1, c_o, c_1. Hodnoty optimální získáme z nich výběrem těch, kteréminimalizujífunkci Q = $4c_o +$ $14\, c_1$. Jsou to při Q_{min} = 50 hodnotyp_o= p_1 = 1; $c_o = 9$; c_1= 1, kteréurčují$\widetilde{Y(5)}$věrohodnostnífunkcí$\mu_Y(y)$ ve tvaru

$\mu_Y(y) = 1 - \frac{|p_o+5p_1-y|}{c_o+5c_1} = 1 - \frac{|6-y|}{14}$, když $-8 \leq y \leq 20$,

= 0; jinak;

“Rozmazanost” tohoto fuzzy čísla je o něcomenší.

Tab. 3.*Tabulka pro řešeníúlohylineárníhoprogramování z Příkladu* 3.

X **=**	p_o	p_1	c_o	c_1	**znaménko**	**abs. člen**
1	1	1	–0,25	–0,25	≤	0,58
3	1	3	–0,25	–0,75	≤	2,75
4	1	4	–0,25	–1,00	≤	3,63
6	1	6	–0,25	–1,50	≤	3,25
1	1	1	0,25	0,25	≥	4,42
3	1	3	0,25	0,75	≥	5,25
4	1	4	0,25	1,00	≥	7,38
6	1	6	0,25	1,50	≥	9,75
Q =	0	0	4	14	**minimalizace**	

Závěr

Uvedenédva fuzzymodelylineárníregresevyužívajídůležitévlastnostitrojúhelníkových fuzzy čísel (jejichlineárníkombinace je opět fuzzy číslo).Omezuje se tímvšakobecnostmetody, protože se takdajířešitjenproblemy, kdeobstojípředpoklad, žezávisláveličinamávšudestejnouvariabilitu.Výhodaspočívá v možnostiužitístandardníchalgoritmůřešeníúlohylineárníhoprogramování.Nevýhodou je vysoká “rozmazanost” takových fuzzy odhadů.

Literatura

[1] Ross, T.,J.: *Fuzzy logic with engeneering applications*, second edition, J.Wiley&Sons, Ltd., The Atrium, SouthernGate, Chichester, WestSussex PO 198SQ, England, June 2005

[2] Klir, G.,J., Yuan, Bo: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*: *Theory and Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1995

[3] Kwakernaak, H.: Fuzzy Random Variables I and II. *Inf.Sci. (USA)*, Vol. 15: 1– 29, 1979

[4] Viertl, R.: Univariate Statistical Analysis with Fuzzy Data, *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol.51, Issue 1, 2006, pp 133 – 147, ISSN: 0167 – 9473

[5] Wang, G., Yhang, Y.: TheTheoryof Fuzzy StochasticProcesses, *Fuzzy Sets and Systems*,Vol.51, pp 161 – 178, 1992, ISSN 0165 –0114

[6] Půlpán,Z.: *K problematice zpracování empirických šetření v humanitních vědách*, Academia, Praha 2004

---

[i] Gauss – Markovovy podmínky předpokládají nezávislost náhodné veličiny $Y(x_i)$ na $Y(x_j)$pro každé $x_i \neq x_j$a to, že náhodná veličina $Y(x)$ má normální (Gaussovo) rozdělení $N(EY(x); \sigma^2)$, kde σ^2 je rozptyl, nezávislý na x, regresní funkce $EY(x)$ je obecně funkcíx v intervalu proměnnosti uvažované náhodné veličiny *X.*